Georg Aumann

11. 11. 1906–4. 8. 1980

Unser ordentliches Mitglied Georg Aumann ist am 4. August 1980 in München im Alter von 74 Jahren gestorben. Der Mathematisch-naturwissenschaftlichen Klasse gehörte er seit 1958 an. Geboren zu München, wo er auch das Reifezeugnis erwarb, fand er nicht unmittelbar zur Mathematik; vielmehr hatte er zunächst eine Beamtenlaufbahn ins Auge gefaßt und diesen Plan zu Gunsten des Studiums erst unter dem Eindruck von Vorstellungen der Seinigen aufgegeben. Während seines Studiums der Mathematik und Physik an der Universität München (1925–1929) trat er besonders den Professoren Carathéodory und Tietze nahe. Bei letzterem promovierte er (1931). Es folgten die Habilitationen (1933) an der Universität und gleichzeitig an der Technischen Hochschule München. Schon 1936 wurde Aumann als a. o. Professor an die Universität Frankfurt berufen. Mit Kriegsbeginn wurde er zum Wehrdienst eingezogen. Nun folgten schwierige Zeiten. Zunächst scheiterten verschiedene Berufungen auf Ordinariate am Einspruch des nationalsozialistischen Unterrichtsministeriums, begründet mit politischer Unzuverlässigkeit. Und – groteskerweise – war nach Kriegsende eine Denunziation die Ursache, daß ihm von der Besatzungsbehörde jede akademische Tätigkeit verboten wurde; hinterher, als es zu spät war, wurde diese Denunziation als auf Irrtum beruhend „entschuldigt". In all diesen Jahren war ihm seine Frau eine unentbehrliche, umsichtige und tatkräftige Stütze. Alle Widrigkeiten ertrug er mit der Gelassenheit, wie sie seinem ausgeglichenen, liebenswerten, jedem Streit möglichst aus dem Wege gehenden Charakter entsprach.

Die Wende brachte erst die Annahme einer Berufung als Ordinarius nach Würzburg (1949), der alsbald eine solche an die Universität München (1950) und später (1960) eine solche an die Technische Universität München folgte. Aumann war Rockefeller Fellow in Princeton N. J. (1934/35) und später wiederholt Gastprofessor an Universitäten in den USA. Von der naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Erlangen wurde er (1977) durch die Verleihung des Dr. rer. nat. h. c. ausgezeichnet.

Am Anfang der Veröffentlichungen steht eine Note (zu der später noch ein zweiter Teil erschienen ist), in welcher der bekannte Rolle'sche Satz der Differentialrechnung bei reellen Funktionen verallgemeinert wird auf zweimal differenzierbare komplexwertige Funktionen. Dann folgt die (in den Mathematischen Annalen erschienene) Dissertation, zu der sich später noch eine Fortsetzung findet. In der Dissertation wird ein damals von vielen Autoren behandeltes Thema erledigt, indem nämlich eine vollständige Systematik der stetigen Zerlegungen Z eines Hausdorffraumes T gegeben wird, der keiner Kompaktheitsforderung unterworfen ist. Danach lassen sich die Z einteilen in erstens die im Sinne von Alexandroff stetigen, zweitens in die einer gewissen Abgeschlossenheitsbedingung genügenden, für die der zugehörige Zerlegungsraum T (Z) Hausdorffsch ist, und drittens in solche, wie sie unter anderem durch Zerlegungen des Raumes T von einer Gruppe von Selbstabbildungen von T erzeugt werden. Auf rein topologische Fragen ist Aumann nur noch verhältnismäßig selten eingegangen. Hingewiesen sei hier nur auf seinen originellen Aufbau der (analytischen) Topologie, der letzten Endes auf die historische Entwicklung zurückgreift, indem er sich auf die lokale Gleichheit von Funktionen eines Funktionenraumes stützt.

Im übrigen erstrecken sich seine Interessen, soweit sie in Zeitschriftenaufsätzen zur Sprache kommen, auf Themen aus der Analysis im weitesten Sinne. Aus den zahlreichen immer originellen Problemen können hier nur ganz wenige besprochen werden. Genannt werde zunächst die Theorie der Mittelwerte sowie von mit ihnen verbundenen Ungleichungen. Die allgemeine Theorie geht aus von einem sogenannten n-Mittel, d. h. von einer in den n reellen Variablen $x_1, \ldots, x_n$ symmetrischen, in jedem der x_ν isotonen (reellen) Funktion $M: J^n \to J$, wobei $J := [a; b]$ und $J^n := \Pi_{\nu=1}^n J$, und wobei M in einem bestimmten Sinne beschränkt ist. In J^m, $m := n + 1$, werden durch M geliefert m Werte M_μ entsprechend den m n-Tupeln $(x_1, \ldots, x_n)$ aus den $x_1, \ldots, x_m$. Man verfährt mit diesen M_μ wie vorher mit den $(x_1, \ldots, x_n)$ und setzt dieses Verfahren unbegrenzt fort. Im Falle der Konvergenz wird die so erhaltene Limesfunktion als Obermittel von M bezeichnet. Weiter: Ist $h: J \to R$ injektiv und Lipschitzsch, so heißt h (M) Bildmittel von M. Es ergeben sich nun

Sätze über Ober- und Bildmittel, speziell auch Vertauschbarkeitssätze. Behandelt werden außerdem (und dann auch in spätern Arbeiten) Ungleichungen bei Mitteln. Als spezielle Beispiele sehr allgemeiner Sätze mögen hier erwähnt werden die (klassische) Ungleichung $M \circ A \leq A \circ M$ für Funktionen f, wobei also $M := f$ und $A := 2^{-1}(x + y)$; oder die sich diesem Konzept ebenfalls einordnende Jensensche Ungleichung. Der Fall, wann das Gleichheitszeichen in den Ungleichungen steht, wird jeweils akribisch ausdiskutiert. Betrachtungen wie die über Mittelbildungen und Ungleichungen gehörten, wenigstens damals, nicht zu vielbearbeiteten Fragen der Analysis. Wie überhaupt Aumanns Arbeiten des öfteren sich in, mindestens seinerzeit, etwas abseits liegenden Gebieten bewegten, wobei solche Arbeiten dann unter Umständen unerwartet in völlig fremde Probleme eingriffen. Als Beispiel der letzteren Art sei erwähnt der Aumannsche Erweiterungssatz für additive, monotone Funktionen auf gewissen Halbgruppen; er hat in der Theorie der Randwertaufgaben bei partiellen elliptischen und parabolischen Differentialgleichungen die bisher schärfsten Aussagen betreffend die Existenz von Silovrändern zur Folge gehabt.

Eine andere Situation liegt vor bei der Theorie der Kontaktrelationen, wobei – ausgehend von einer ganz an der Oberfläche liegenden Bemerkung – eine Theorie aufgebaut werden kann, in die, neben bekannter, auch neue aktuelle, erst in Spezialfällen behandelte Problematik sich einordnet. Es sei nämlich gegeben eine Gesellschaft, aufgefaßt als eine Menge M; außerdem sei gegeben die Menge I aller Individualinteressen, die für die Angehörigen x von M in Betracht kommen, wobei die Menge aller Interessen von x mit J (x) bezeichnet werde. Man sagt nun, es sei x aus M in Kontakt mit einer Teilmenge Y von M (in Zeichen $x \mathrm{g} Y$), wenn folgendes gilt: Erstens ist x in Kontakt mit der nur aus x bestehenden Menge. Zweitens ist x in Kontakt mit Y_2, wenn in Kontakt mit einer Teilmenge Y_1 von Y_2. Drittens ist x in Kontakt mit Y_4, wenn x mit Y_3 in Kontakt ist und wenn jedes Element von Y_3 in Kontakt mit Y_4 ist. Beispiele für Kontaktrelationen aus der Mathematik sind die Kollinearität und die Konvexität im R^n sowie die Berührung im Sinne der Topologie. Die Kontaktrelation und die Hüllenoperation entsprechen einander umkehrbar eindeutig; der Hüllen- und (dual) der ihr entsprechenden Kernoperation (vgl. Bildung der abgeschlossenen Hülle bzw. des offenen Kerns einer Menge) werden ebenfalls Untersuchungen gewidmet. Die Kontaktrelation ihrerseits führt zwanglos zu einer Einordnung gewisser Aspekte der von G. Thom begründeten Katastrophentheorie in die Verbandstheorie.

Noch ein anderes: Mit dem Nachweis, daß die geometrische Komponentenordnung gewisser holomorpher Abbildungen im Komplexen endlich ist, hat Aumann ein schwieriges Problem aufgegriffen, das weiterer Verfolgung wert erscheint.

In der Liste seiner Buchveröffentlichungen finden wir ein in 2. Auflage erschienenes Lehrbuch „Reelle Funktionen"; es bringt – ausgehend von Mengen, Ordnungen, Verbänden und Räumen – die Theorie bis zum Perron-Integral und zu den linearen positiven Funktionalen. Daneben steht ein 3bändiges Taschenbuch „Höhere Mathematik". Außerdem ist Aumann (mit Haupt) Autor einer 3bändigen „Differential- und Integralrechnung", die in 3. Auflage unter dem Titel „Aumann-Haupt, Einführung in die reelle Analysis" in völlig neu bearbeiteter Fassung erscheint (der 3. [letzte] Band befindet sich im Druck). Wie viel eigene, nicht als solche kenntlich gemachte Gedanken hat er in dieses, in der 1. und 2. Auflage nicht nur von Anfängern viel benutzte Werk eingebracht! Und wie förderlich war für das Werk seine immer auch durch positive Vorschläge begleitete Kritik!

Seine besondere Liebe galt dem (bei Oldenbourg erschienenen) Buch „Ad artem ultimam". Eine Einführung in die Gedankenwelt der Mathematik. Er bekennt sich darin zur ästhetischen Wertung mathematischer Schöpfungen, deren Schönheit er dem Leser zu vermitteln sucht. Unter anderem erinnert er, angesichts der „Abstraktheit" der Mathematik an die der (absoluten) Musik und an die „abstrakte Kunst", letzteres unter Hinweis auf die durch Symmetrien bedingte Schönheit mathematisch motivierter Ornamente und Figuren. Als auf eine – wie mir scheint – wesentliche Ergänzung der ars ultima sei noch verwiesen auf den Vortrag „Wert und angeblicher Unwert der Mathematik – ihr Verständnis einst und jetzt" (TUM-MS 103, April 1981), den Aumann wenige Wochen vor seinem von ihm vielleicht vorausgeahnten Tod an der Technischen Universität München gehalten hat.

Blicken wir zurück: Schon die wenigen Proben seines Schaffens, auf die wir hier hinweisen konnten, lassen ihn als originellen und einfallsreichen Gelehrten erkennen und uns bewußt werden, welchen Verlust wir mit seinem Tod erlitten haben.

Otto Haupt